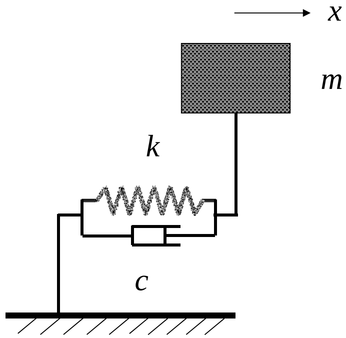
防 災 工 学

第8回

千葉大学　工学部　都市環境システムコース

丸山　喜久
http://ares.tu.chiba-u.jp/marulab/index.html
ymaruyam@tu.chiba-u.ac.jp

1質点系のモデル



m:

k:

kx　もとに戻そうとする力

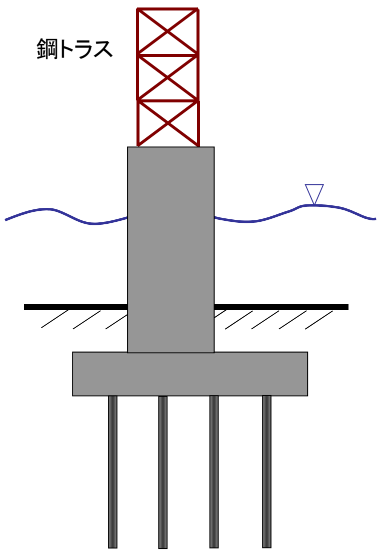
c:

$c\dot{x}$

振動を止めようとする力

外力を$F(t)$とすると，1質点系の運動方程式は

構造物の減衰力



1. 材料内部での摩擦
2. 周辺（空気，水）から受ける抵抗
3. 支持台（建物基礎）へのエネルギー運搬
4. 継手，支持台での摩擦
5. 構成材料の非弾性的性質（ヒステリシス減衰）

減衰自由振動

自由振動：外力$F(t)$ = 0の振動　(1)

(1)をmで割ると　(2)

ただし，$\omega=\sqrt{k/m}$

$$h=\frac{c}{2\omega m}=\frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

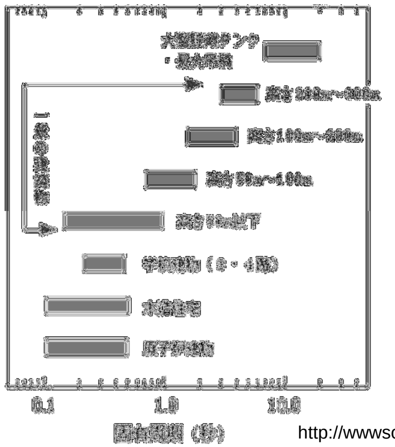
構造種別ごとの減衰定数hの目安

RC造：　鉄骨造：　長大吊橋などは0に近い

構造物の固有周期

構造物の固有周期T(秒)と建物高さH(m)の関係

（S造）　　（SRC造，RC造）



多くの構造物の周期範囲

なので固有周期が決まれば

ωが決まる

http://wwwsoc.nii.ac.jp/ssj/publications/KISOKOZA/kisokoza03.html

減衰自由振動

$x = e^{\lambda t}$　を(2)に代入

(3)

任意のtで(3)が満たされるには

$h < 1$ の場合

特性方程式

(4)

よって，(4)を一般解$x = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$ に代入すると

(5)

C_1，C_2は任意の複素数

減衰自由振動

xは実数なので，$x = x^*$　（共役複素数）　よって

オイラーの公式$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$　より，(5)を変形すると

$$x = e^{-h\omega t}\left\{(C_1 + C_1^*)\cos\left(\sqrt{1-h^2}\,\omega t\right) + i(C_1 - C_1^*)\sin\left(\sqrt{1-h^2}\,\omega t\right)\right\}$$

$C_1 = \dfrac{A - Bi}{2}$　とすると　（A，Bは任意の実数）

（解）

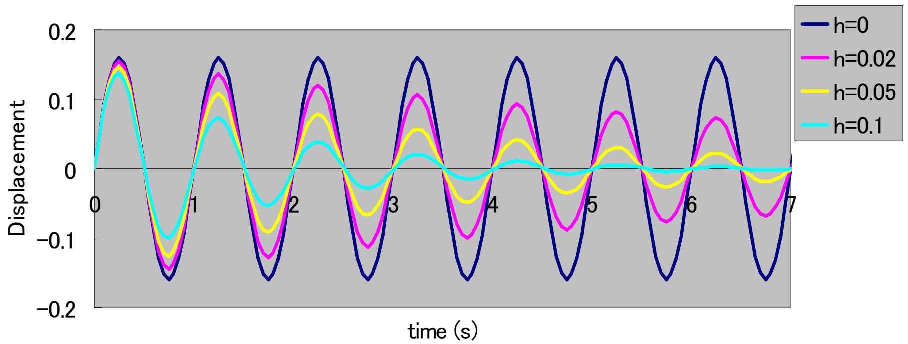
減衰固有円振動数

減衰固有周期

減衰自由振動

初期条件：$x = 0$　$\dot{x} = 1$

固有周期（非減衰）1.0秒

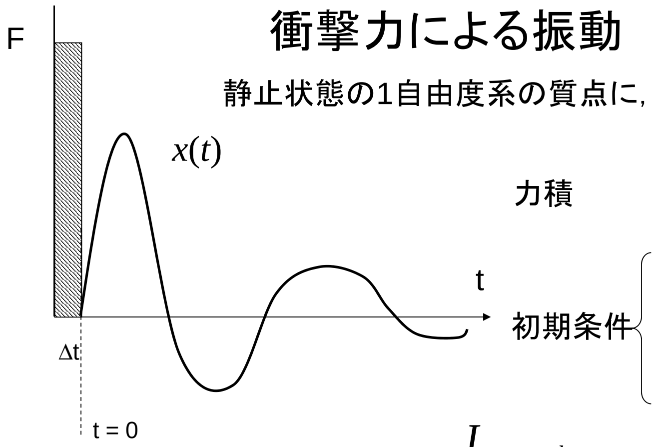


減衰が大きいと振動が早く収まる

$h<<1$のときは，減衰による固有周期の変化は小さい

衝撃力による振動

静止状態の1自由度系の質点に，力FをΔt間加えた



力積

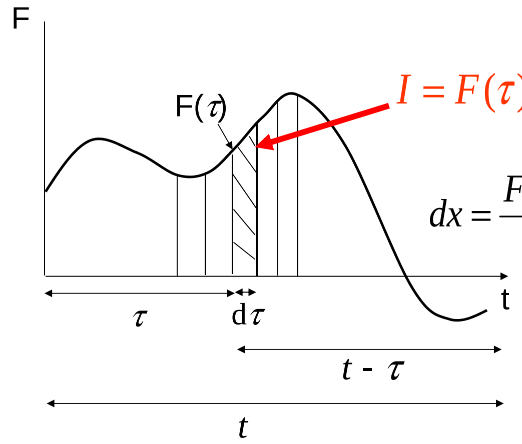
初期条件

$t=0$以降は自由振動する $x=\dfrac{I}{m\omega_d}e^{-h\omega t}\sin\omega_d t$ 変位応答

$$\dot{x}=\frac{I}{m\omega_d}e^{-h\omega t}\left(-h\omega\sin\omega_d t+\omega_d\cos\omega_d t\right)$$ 速度応答

重畳積分

時間によって変化する任意の力が質点系に作用する場合に応用する



任意の1つの力積による変位

$$dx=\frac{F(\tau)d\tau}{m\omega_d}e^{-h\omega(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)$$

重畳積分

任意の時刻tでの変位応答は，τを0からtまで積み上げればいいので

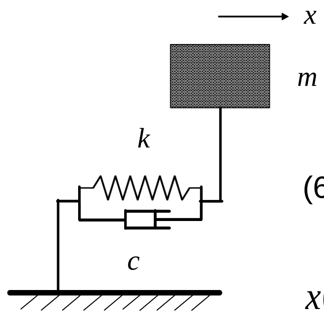
$$x(t)=\int_0^t\frac{F(\tau)}{m\omega_d}e^{-h\omega(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)d\tau \qquad (6)$$

同様に，速度応答は

$$\dot{x}(t)=\int_0^t\frac{F(\tau)}{m\omega_d}e^{-h\omega(t-\tau)}\left[-h\omega\sin\omega_d(t-\tau)+\omega_d\cos\omega_d(t-\tau)\right]d\tau$$

(7)

地震動に対する応答



(8)

(6)，(7)より，変位応答と速度応答は

$$x(t)=-\frac{1}{\omega_d}\int_0^t\ddot{y}(\tau)e^{-h\omega(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)d\tau \quad (9)$$

$$\dot{x}(t)=-\frac{1}{\omega_d}\int_0^t\ddot{y}(\tau)e^{-h\omega(t-\tau)}\left[-h\omega\sin\omega_d(t-\tau)+\omega_d\cos\omega_d(t-\tau)\right]d\tau$$

(10)

地震動に対する応答

(8)を変形すると

(9), (10)より

$$\ddot{x}(t)+\ddot{y}(t)=\frac{\omega^2(1-2h^2)}{\omega_d}\int_0^t \ddot{y}(\tau)e^{-h\omega(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)d\tau+2h\omega\int_0^t \ddot{y}(\tau)e^{-h\omega(t-\tau)}\cos\omega_d(t-\tau)d\tau \quad (11)$$

$\omega_d=\omega\sqrt{1-h^2}$ より, (9)〜(11)を変形すると

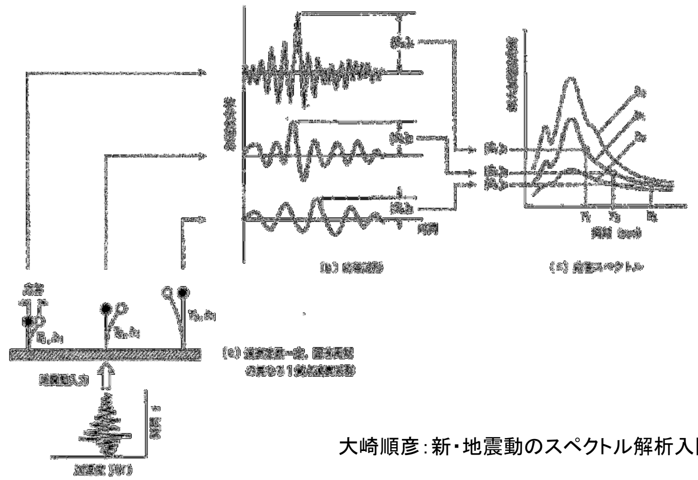
$$x(t)=-\frac{1}{\omega_d}\int_0^t \ddot{y}(\tau)e^{-h\omega(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)d\tau \quad (12)$$

$$\dot{x}(t)=-\int_0^t \ddot{y}(\tau)e^{-h\omega(t-\tau)}\left[\cos\omega_d(t-\tau)-\frac{h}{\sqrt{1-h^2}}\sin\omega_d(t-\tau)\right]d\tau \quad (13)$$

$$\ddot{x}(t)+\ddot{y}(t)=\omega_d\int_0^t \ddot{y}(\tau)e^{-h\omega(t-\tau)}\left[\left(1-\frac{h^2}{1-h^2}\right)\sin\omega_d(t-\tau)+\frac{2h}{\sqrt{1-h^2}}\cos\omega_d(t-\tau)\right]d\tau \quad (14)$$

応答スペクトル

応答スペクトル：



大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門

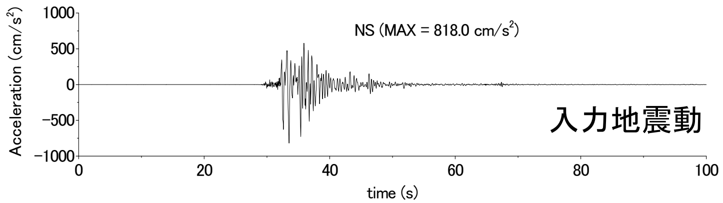
応答スペクトル

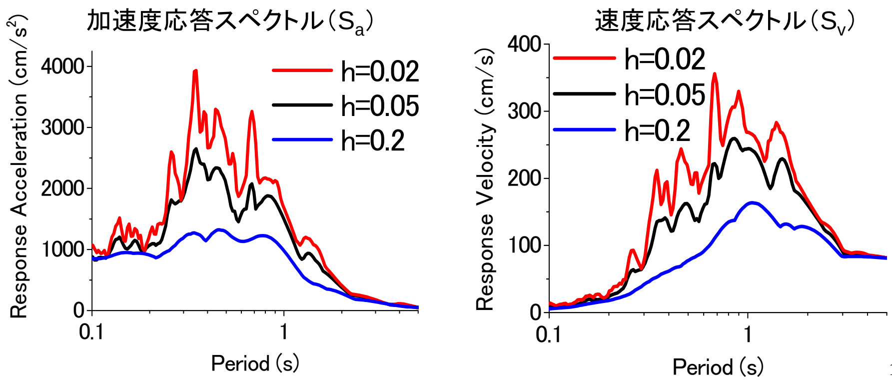
相対変位応答 $x(t)$ ⇒

相対速度応答 $\dot{x}(t)$ ⇒

絶対加速度応答 $\ddot{x}(t)+\ddot{y}(t)$ ⇒

JMA神戸記録の応答スペクトル

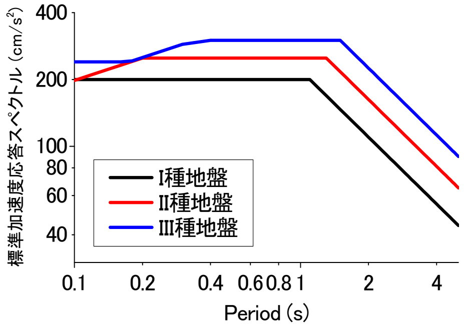




設計地震動

道路橋示方書より

レベル1地震動の標準加速度応答スペクトル



レベル1地震動:

I種地盤:

II種地盤:

I種地盤にもIII種地盤にも属さない洪積地盤及び沖積地盤

III種地盤:

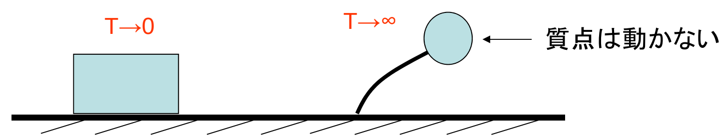
応答スペクトルの極限値

T→0のとき　バネが剛になる

S_a →　　S_v →　　S_d →

T→∞のとき　バネがやわらかい

S_a →　　S_v →　　S_d →



応答スペクトルの近似関係（疑似応答スペクトル）

$h << 1$より, $\sqrt{1-h^2} \approx 1$　$\omega_d \approx \omega$ なので, (12)～(14)を近似すると

$$S_d = \frac{1}{\omega}\left|\int_0^t \ddot{y}(\tau)e^{-h\omega(t-\tau)}\sin\omega(t-\tau)d\tau\right|_{max}$$

$$S_v = \left|\int_0^t \ddot{y}(\tau)e^{-h\omega(t-\tau)}\cos\omega(t-\tau)d\tau\right|_{max}$$

$$S_a = \omega\left|\int_0^t \ddot{y}(\tau)e^{-h\omega(t-\tau)}\sin\omega(t-\tau)d\tau\right|_{max}$$

したがって, 以下の近似関係が成り立つ

疑似変位応答スペクトル　　疑似加速度応答スペクトル

SI値

SI値: スペクトル強度（Spectrum Intensity）

減衰定数20%の速度応答スペクトルを周期0.1秒～2.5秒の間で積分する