防　災　工　学

第6回

千葉大学　工学部　都市環境システムコース

丸山　喜久

http://ares.tu.chiba-u.jp/marulab/index.html

ymaruyam@tu.chiba-u.ac.jp

加速度・速度・変位

加速度 : acceleration　　cm/s², m/s², Gal

1 Gal = 1 cm/s²

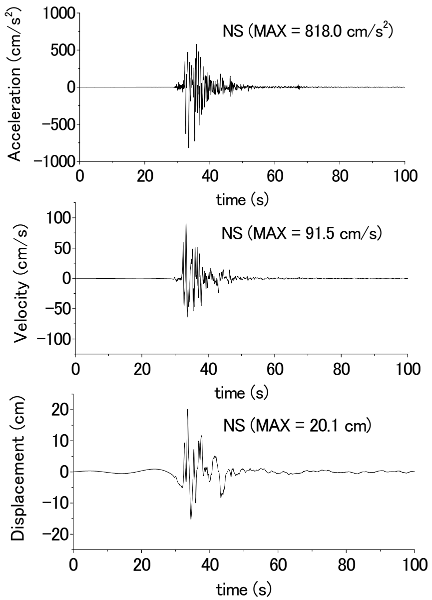
速度 : velocity　　cm/s, m/s, Kine

1 Kine = 1 cm/s

変位 : displacement　　cm, m

加速度・速度・変位

1995年兵庫県南部地震
神戸海洋気象台記(NS)



加速度波形

$\ddot{y}_{\max}$

Peak Ground Acceleration

速度波形

$\dot{y}_{\max}$

Peak Ground Velocity

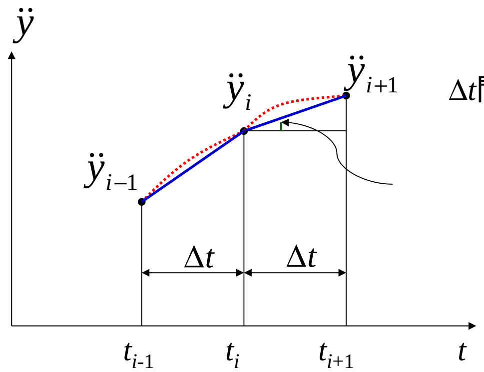
変位波形

$y_{\max}$

Peak Ground Displacement

線形加速度法

微少区間Δtにおける加速度の変化を直線的と仮定



Δt間での加速度変化分

$t_i \leq t \leq t_{i+1}$における加速度は

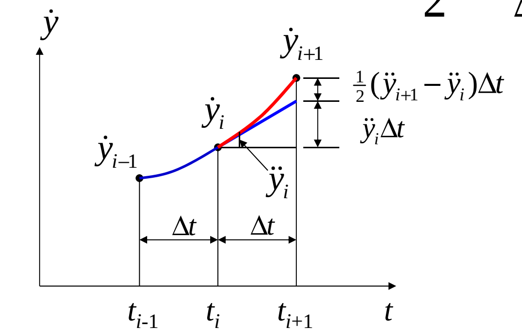
(1)

線形加速度法

$t_i \le t \le t_{i+1}$における速度は

(1)を代入すると

$$\dot{y}(t) = \dot{y}_i + \ddot{y}_i (t - t_i) + \frac{1}{2} \frac{\ddot{y}_{i+1} - \ddot{y}_i}{\Delta t} (t - t_i)^2 \qquad (2)$$



線形加速度法

$t_i \le t \le t_{i+1}$における変位は

(2)を代入すると

$$y(t) = y_i + \dot{y}_i (t - t_i) + \frac{1}{2} \ddot{y}_i (t - t_i)^2 + \frac{1}{6} \frac{\ddot{y}_{i+1} - \ddot{y}_i}{\Delta t} (t - t_i)^3 \qquad (3)$$

$t = t_i + \Delta t$ とおくと，(2)および(3)式は

（速度の式）

（変位の式）

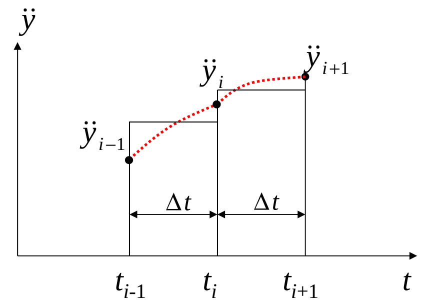
$\ddot{y}_i, \dot{y}_i, y_i$ が既知で $\ddot{y}_{i+1}$ が分かれば，速度，変位が順に求められる

その他の加速度法

平均加速度法

微少区間Δtにおける加速度が両隣の平均値に等しいと仮定

$$\ddot{y}(t) = \frac{1}{2}(\ddot{y}_i + \ddot{y}_{i+1})$$



線形加速度法のときと同様に式展開すると

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \frac{1}{2}(\ddot{y}_i + \ddot{y}_{i+1})\Delta t \qquad （速度）$$

$$y_{i+1} = y_i + \dot{y}_i \Delta t + \frac{1}{4}(\ddot{y}_i + \ddot{y}_{i+1})\Delta t^2 \qquad （変位）$$

衝撃加速度法

微少区間Δtにおける加速度がインパルスとしてはたらくと仮定

Newmarkのβ法

加速度法の速度，変位の式は，以下のようにまとめて表すことができる.

（速度）

（変位）

線形加速度法

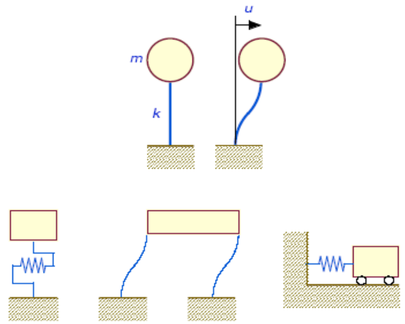
平均加速度法

衝撃加速度法

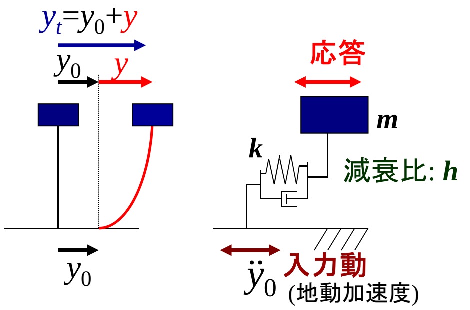
1質点系（1自由度系）振動モデル

質点：物体の重心に全質量が集まっているとし，重心の位置・運動によって物体の位置・運動を代表させる

応答：相対応答と絶対応答がある



どの表現も同じ1質点を表す



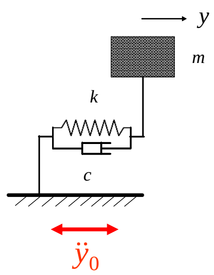
y_0: 地動変位

y: 相対応答変位

y_t: 絶対応答変位

運動方程式とその解

相対変位による運動方程式の定式化：



地動y_0が作用した場合，相対変位応答yは，

(4)

(1)の両辺をmで割ると

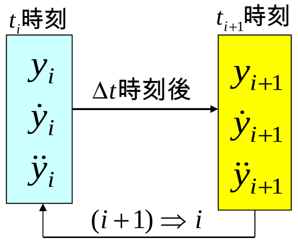
(5)

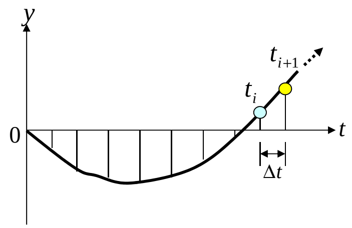
固有円振動数：$\omega_0=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$　　減衰定数：$h=\dfrac{c}{2\sqrt{mk}}$

または固有振動数：$f_0=\dfrac{\omega_0}{2\pi}$　　固有周期：$T_0=\dfrac{2\pi}{\omega_0}$

(5)式に地動加速度　　　を与えて，解　　　　　　を求める．

直接積分による運動方程式の解法(1)





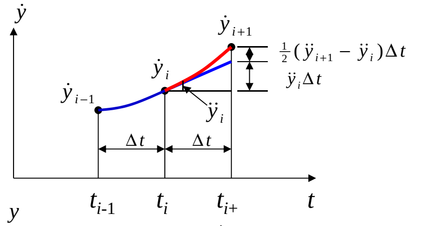
時刻t_iにおいて応答 $\ddot{y}_i, \dot{y}_i, y_i$ が既知とする．

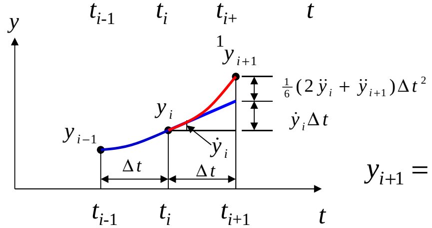
$$\ddot{y}_i + 2h\omega_0\dot{y}_i + \omega_0^2 y_i = -\ddot{y}_{0,i} \qquad (6)$$

時刻t_{i+1}において，地動加速度$\ddot{y}_{0,i+1}$に対する応答 $\ddot{y}_{i+1}, \dot{y}_{i+1}, y_{i+1}$ を求める．

$$\ddot{y}_{i+1} + 2h\omega_0\dot{y}_{i+1} + \omega_0^2 y_{i+1} = -\ddot{y}_{0,i+1} \qquad (7)$$

直接積分による運動方程式の解法(2)





運動方程式

$$\ddot{y}_{i+1} + 2h\omega_0\dot{y}_{i+1} + \omega_0^2 y_{i+1} = -\ddot{y}_{0,i+1} \qquad (7)$$

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \frac{1}{2}(\ddot{y}_i + \ddot{y}_{i+1})\Delta t \qquad (8)$$

$$y_{i+1} = y_i + \dot{y}_i\Delta t + \left(\frac{1}{2}-\beta\right)\ddot{y}_i\Delta t^2 + \beta\ddot{y}_{i+1}\Delta t^2 \qquad (9)$$

(7),(8),(9)より，未知数が3個に対し式3つとなり，連立して $\ddot{y}_{i+1}, \dot{y}_{i+1}, y_{i+1}$ を求めることができる．

直接積分による運動方程式の解法(3)

$$\ddot{y}_{i+1} + 2h\omega_0 \dot{y}_{i+1} + \omega_0^2 y_{i+1} = -\ddot{y}_{0,i+1} \qquad (7)$$

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \frac{1}{2}(\ddot{y}_i + \ddot{y}_{i+1})\Delta t \qquad (8)$$

$$y_{i+1} = y_i + \dot{y}_i \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\ddot{y}_i \Delta t^2 + \beta \ddot{y}_{i+1}\Delta t^2 \qquad (9)$$

(8),(9)を(7)に代入すると,

$$\ddot{y}_{i+1}\left(1 + h\omega_0\Delta t + \beta\omega_0^2\Delta t^2\right) + 2h\omega_0\left(\dot{y}_i + \tfrac{1}{2}\ddot{y}_i\Delta t\right) + \omega_0^2\left(y_i + \dot{y}_i\Delta t + (\tfrac{1}{2} - \beta)\ddot{y}_i\Delta t^2\right) = -\ddot{y}_{0,i+1}$$

$$\therefore \quad \ddot{y}_{i+1} = -\frac{\ddot{y}_{0,i+1} + 2h\omega_0\left(\dot{y}_i + \tfrac{1}{2}\ddot{y}_i\Delta t\right) + \omega_0^2\left(y_i + \dot{y}_i\Delta t + (\tfrac{1}{2} - \beta)\ddot{y}_i\Delta t^2\right)}{1 + h\omega_0\Delta t + \beta\omega_0^2\Delta t^2} \qquad (10)$$

(10)より　　　が求まる. これを(8),(9)に代入すれば　　　　　を順次求めることができる. これらは, 相対加速度, 相対速度, 相対変位である.
加速度に関しては, 地動加速度を加えた以下の絶対加速度応答を求める.

(11)

フーリエスペクトル

フーリエ変換
Fourier Transform

フーリエ変換

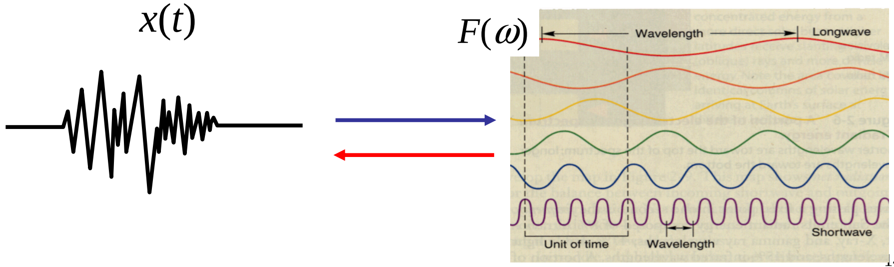
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt$$

フーリエ逆変換

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

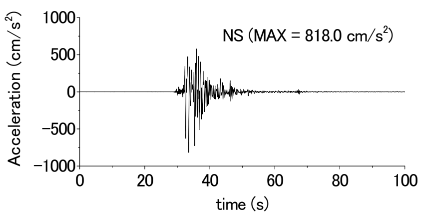
$x(t)$: 時刻暦波形, ω: 角振動数(=$2\pi f$)

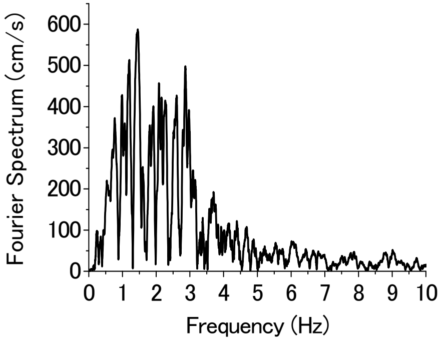
$x(t)$　　$F(\omega)$



フーリエスペクトル

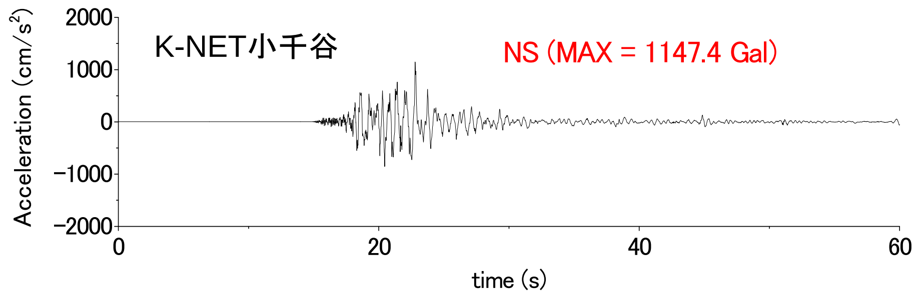
兵庫県南部地震　JMA神戸記録(NS)

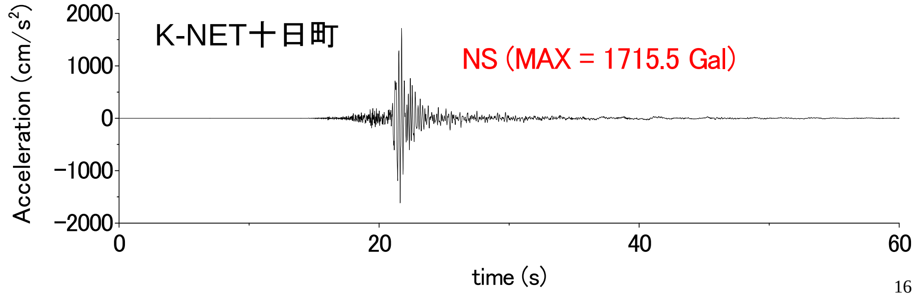




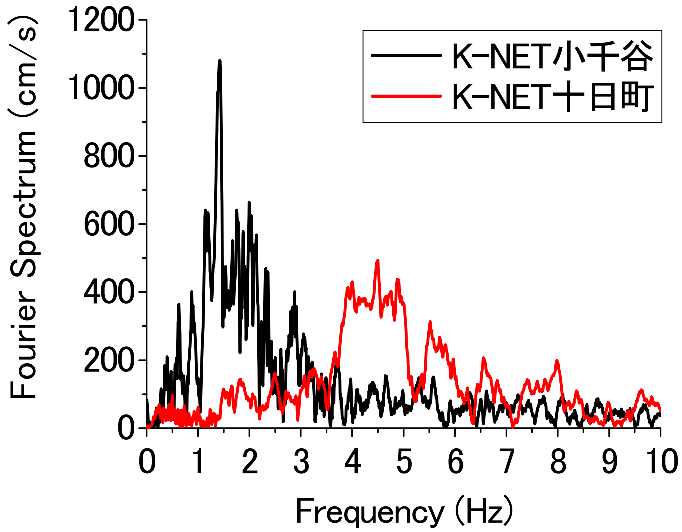
T: 周期(s)

新潟県中越地震の加速度波形





新潟県中越地震のフーリエスペクトル



振動数領域での微分・積分

フーリエ逆変換の式 $x(t)=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)e^{i\omega t}d\omega$ をtで微分すると

$$\dot{x}(t)=\frac{dx(t)}{dt}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}i\omega F(\omega)e^{i\omega t}d\omega$$

時間領域での微分は，振動数領域で$i\omega$を掛ける乗算と等価

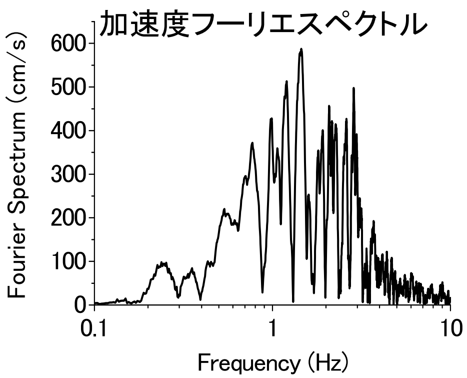
時間領域の積分に関しては

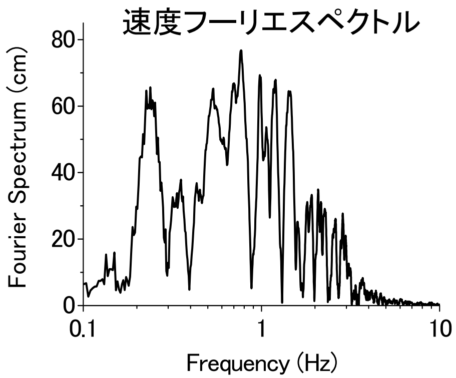
$$\int_{-\infty}^{t}x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{i\omega}F(\omega)e^{i\omega t}d\omega$$

時間領域での積分は，振動数領域で$i\omega$で割る除算と等価

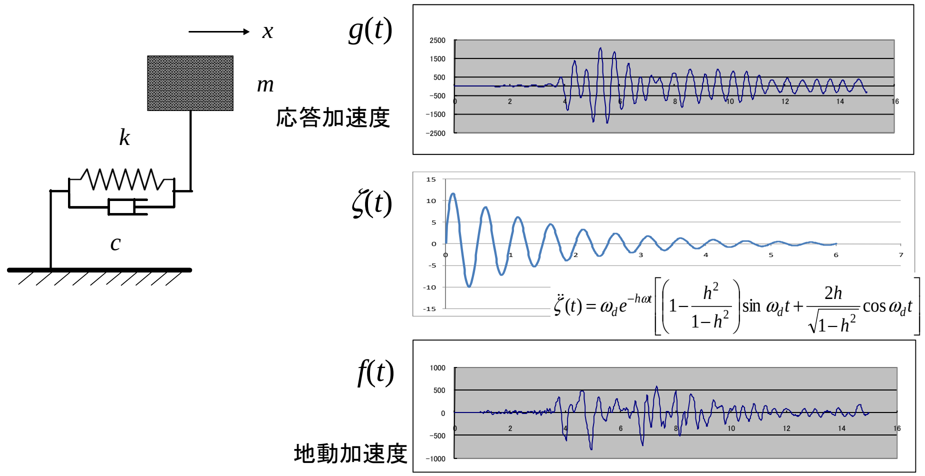
加速度フーリエスペクトルと速度フーリエスペクトルの比較

兵庫県南部地震　JMA神戸記録（NS）





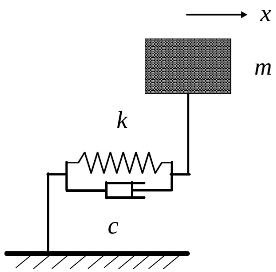
応答解析の体系



重畳積分より

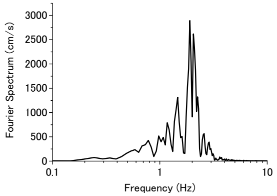
$$g(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\zeta(t-\tau)d\tau \qquad g(t)=f(t)*\zeta(t) \qquad f(t)=g(t)//\zeta(t)$$

応答解析の体系

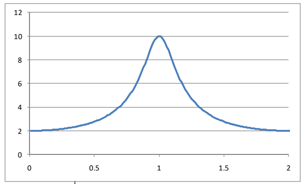


$G(\omega)$

応答加速度
フーリエスペクトル

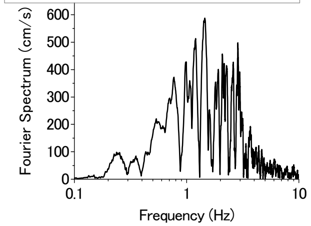


$Z(\omega)$



$F(\omega)$

地動加速度
フーリエスペクトル



次回は中間試験です

持ち込み不可，電卓はたぶん使わないです